IF UFF- Curso de Física Estatística

4^a Lista - 2^0 semestre 2016

Prof. Anna Chame

- Salinas 5.5. Considere um sistema de N partículas clássicas e não-interagentes. Os estados de partícula única têm energia $\epsilon_n = n\epsilon$ e são n vezes degenerados ($\epsilon > 0$,$n = 1, 2, 3...$). Calcule a função de partição canônica desse sistema. Obtenha expressões para a energia interna e a entropia em função da temperatura. Quais os valores da entropia e do calor específico no limite de altas temperaturas ?

- Reif 7.19 Um gás ideal de moléculas monoatômicas de massa m está em equilíbrio térmico à temperatura T . Seja $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_x\hat{j} + v_z\hat{k}$ a velocidade de uma molécula. Usando a distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann, determine os valores médios:

  a) $< v_x >$

  b) $< v_x^2 >$

  c) $< v^2 >$

- ($\sim$ Salinas 7.2) Considere um gás clássico ultra-relativístico, contido em um recipiente de volume V, em contato com um reservatório térmico e de partículas (que define a temperatura T e o potencial químico μ). O hamiltoniano do sistema é $H = \sum_{i=1}^{N} c|\vec{p_i}|$

  onde c (velocidade da luz) é uma constante positiva.

  a) Obtenha a grande função de partição e o grande potencial termodinâmico associado ao sistema.

  b) Por meio de uma transformada de Legendre do grande potencial termodinâmico, obtenha a energia livre de Helmholtz do sistema e a compare com o resultado que se obtém no ensemble canônico para o gás ultra-relativístico (Prob. 6.1)

- ($\sim$ Salinas 7.6) A uma determinada temperatura T, uma superfície com N_0 centros de adsorção tem $N \leq N_0$ moléculas adsorvidas. Supondo que não haja interação entre as moléculas e que uma partícula adsorvida tenha energia $-\epsilon$, mostre que o potencial químico do gás adsorvido pode ser escrito na forma $\mu = k_B T ln\left[\frac{N}{(N_0-N)e^{\beta\epsilon}}\right]$

- ($\sim$ Salinas 7.1) - Mostre que a entropia no ensemble grande canônico pode ser escrita na forma $S = -k_B \sum_j P_j ln P_j$

  com a probabilidade P_j dada por $P_j = \frac{e^{-\beta E_j + \beta \mu N_j}}{\Xi}$

  Mostre que a mesma expressão vale também nos ensembles micro-canônico, canônico (com a distribuição de probabilidades adequada em cada caso).

- Salinas 7.3 a)Obtenha a grande função de partição para um sistema clássico de partículas contidas numa região de volume V, definido pela hamiltoniana:

$$H = \sum_{i=1}^{N} [\frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m} + u(\vec{r}_i)]$$

  b) Escreva as equações de estado na representação do grande potencial termodinâmico.

  c) Mostre que tanto a energia como a pressão obedecem a equações típicas de gás ideal para qualquer forma do potencial de partícula única $u(\vec{r}_i)$.

- Considere um sistema de N partículas localizadas e independentes. Os níveis de energia de cada partícula são dados por $\epsilon_k = \epsilon_0 + k\delta$, onde o número quântico k assume valores de 0 a n (sistema com $n + 1$ níveis igualmente espaçados). O sistema está em contato com um reservatório térmico a temperatura T.

  a) Determine a função de partição do sistema.

  b) Calcule a sua energia livre de Helmholtz por partícula f(T), a energia interna u(T) e a entropia s(T).

  c) Calcule a capacidade térmica por partícula c(T).

  d) Compare os seus resultados com os do sistema de dois níveis (para $n = 1$) e do sólido de Einstein no limite $n \to \infty$.

- Considere o problema de N partículas localizadas estudado no problema anterior, com n estados. Determine a grande função de partição e o grande potencial termodinâmico desse sistema.

$Z = \sum_j e^{-\beta E_j}$

$F = U - TS = -k_B T ln Z$

$dF = -SdT - PdV + \mu dN$

$\Xi = \sum_j e^{-\beta E_j + \beta \mu N_j} = \sum_{N=0}^{\infty} z^N Z(\beta, N)$

$\Xi = \sum_{n_j} e^{-\beta \sum_j n_j \epsilon_j + \beta \mu \sum_j n_j}$

$\Phi = -k_B T ln \Xi$

$\Phi = U - TS - \mu N = -PV$

$d\Phi = -PdV - SdT - Nd\mu$

$z = e^{\beta \mu}$

$< N_j >= z \frac{\partial ln \Xi(z,\beta)}{\partial z}$

$< E_j >= -\frac{\partial ln \Xi(z,\beta)}{\partial \beta}$

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

Soma dos termos de PG infinita e decrescente: $a_1 + a_2 + a_3 + .. = S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$